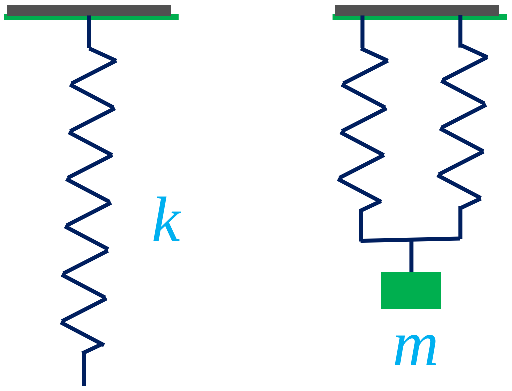
机械振动

综合练习

1. 一劲度系数为k的轻弹簧截成三等份，取出其中的两根，将它们并联，下面挂一质量为m的物体，如图所示。则振动系数的频率为：



解析：设劲度系数为k的弹簧被分成三等份，每一份的劲度系数为k'，则由弹簧的串联得：

$1/k=1/k'+1/k'+1/k'=3/k'$

所以：$k'=3k$.

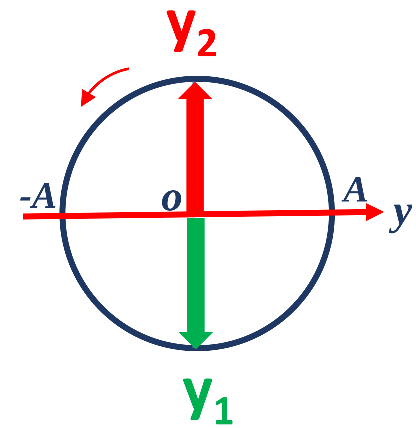
其中两个并联：则$K=3k+3k=6k$

由振动频率为：$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{6k}{m}}$

故选：D

2. 图A表示t=0时的余弦波的波形图，波沿x轴正向传播；图B为一余弦振动曲线。则图A中所表示的x=0处振动的初相位与图B所表示的初相位：

解析：对于图A，在t=0时刻，x=0处的点。其振幅y=0，且向y轴负方向运动（波传播方向上，“下游”质点跟着“上游”质点运动）(v<0)：利用旋转矢量法可得：$\varphi_{10}=\pi/2$



旋转矢量法

对于图B，在t=0时，质点的振幅也为y=0，曲线的斜率为正，质点向y轴正方向运动(v>0)：利用旋转矢量法可得：$\varphi_{20}=-\pi/2$

故选：D

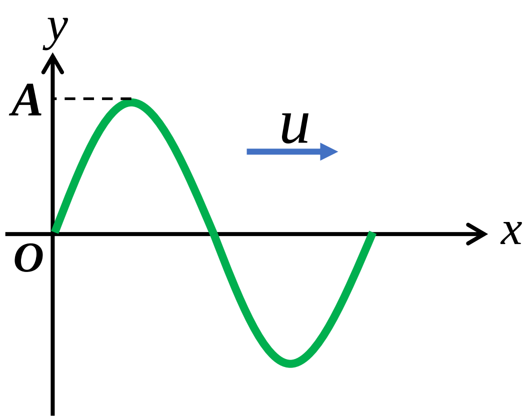


图 A

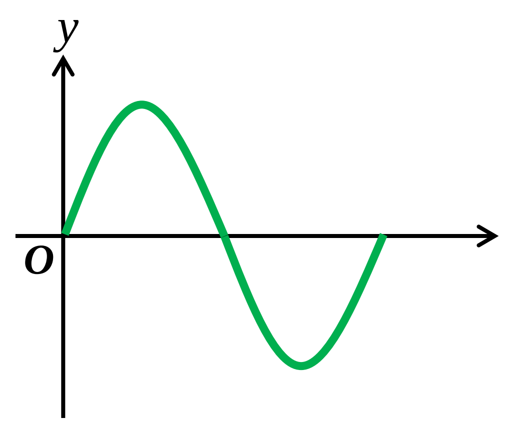
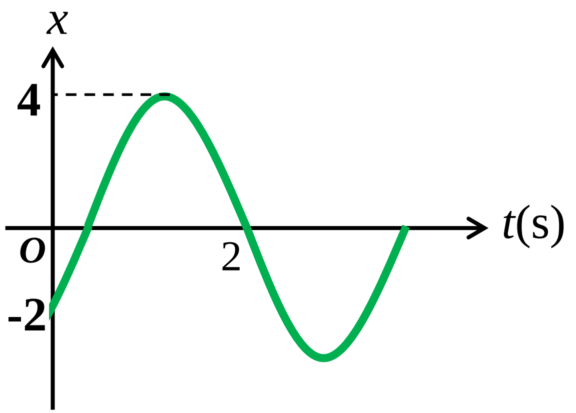


图 B

3. 一质点作简谐振动。其振动曲线如图所示。根据此图，它的周期T:____,用余弦函数描述时初相：____



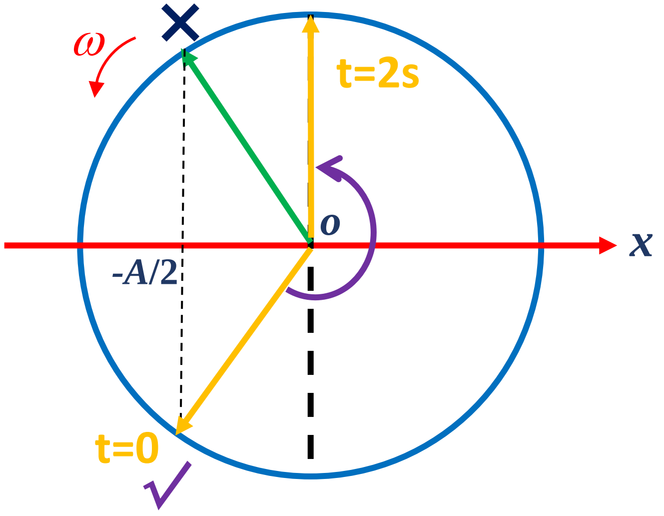
解析：如图所示，根据x-t曲线图，可以看出：

由t=0时，已知条件：x=-2=-A/2，且斜率为正（v>0，质点向x正方向运动），可由旋转矢量得：φ_0=-2π/3

由t=2 s时，已知条件：x=0，且斜率为负（ v<0，质点向x负方向运动），可由旋转矢量得：φ_2= π/2

则质点从t=0振动到t=2 s，旋转的角度为：$\Delta\varphi$ = 7π/6，则$\omega\Delta t$=7π/6 rad

即 ω= 7π/12 rad/s，周期T=2π/ω=24/7 s。



4. 一系统作简谐振动，周期为T，以余弦函数表达振动时，初相为零。在$0\leq t\leq T/2$范围内，系统在$t=$ ___ 时刻运动动能和势能相等。

解析：设简谐振动方程为：$x=A\cos(2\pi t/T+\varphi_0)$ (SI)。由题意知$t=0$时，$\varphi_0=0$。

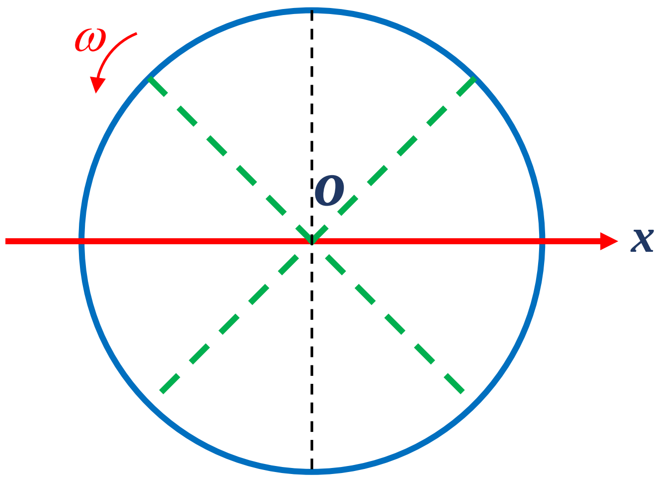
当动能和势能相等时，则：

$$\boxed{E_k=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(2\pi t/T)} == \boxed{E_p=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(2\pi t/T)}$$

即：$\sin^2\varphi=\cos^2\varphi=1/2$

如图可得：在$0\leq\varphi\leq\pi$范围内：$\varphi=2\pi t/T=\pi/4$ 或者 $2\pi t/T=3\pi/4$

得：$t=T/8$ 或 $t=3T/8$

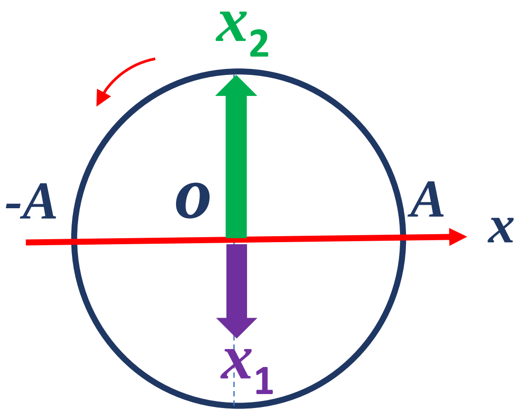


5. 两个同方向的简谐振动曲线如图所示，合振动的振幅动的初相位为：

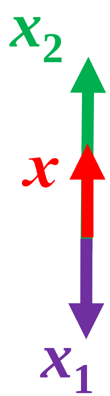
解析： 设两个简谐振动方程分别为：$x_1=A_1\cos(2\pi t/T+\varphi_1)$， $x_2=A_2\cos(2\pi t/T+\varphi_2)$ 。

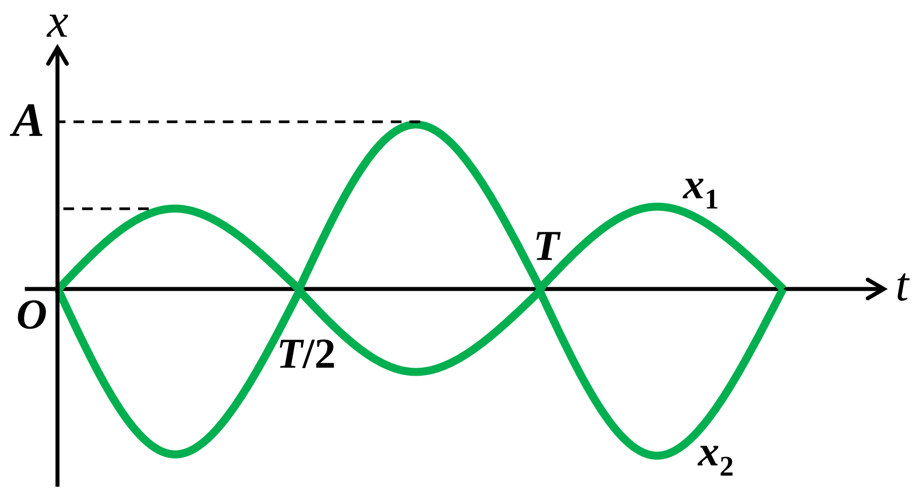
由题意知$t=0$时，$x_1=x_2=0$，且x_1向正向移动，x_2向负向移动，即： $\varphi_1=-\pi/2$，$\varphi_2=\pi/2$。

由于$\varphi_2-\varphi_1=\pi$，则$A=|A_1-A_2|$；因为$A_2>A_1$，所以x与x_2同相位，合初相位为：$\varphi=\varphi_2=\pi/2$。



旋转矢量法





6. 质量为2kg的质点，按方程$x=0.2\sin[5t-(\pi/6)]$ (SI)沿着x轴振动。求(1)$t=0$时，作用于质点的力的大小；（2）作用于质点的力的最大值和此时质点的位置。

解析：由简谐振动方程 $x=0.2\sin[5t-(\pi/6)]$ (SI)

可得：(1) 方法一：简谐振动的圆频率：$\omega=5$ rad/s；弹性系数$k=m\omega^2=50$ N/m

则$t=0$时刻，质点受到的力为： $F=-kx=-50*0.2\sin(-\pi/6)=5$ N

方法二：加速度$a=-5\sin[5t-(\pi/6)]$，则$t=0$时刻，质点收到的力为：$F=ma=5$ N。

(2)方法一：由胡克定律：$F=-kx$，可得力的最大值为$F=k|x|_{max}=10$ N，此时x位于最大位移处，等于±0.2 (SI)。

方法二：由$F=ma=-10\sin[5t-(\pi/6)]$，可得力的最大值为$F=10$ N，即$\sin[5t-(\pi/6)]=\pm1$，则此时质点的位置为： $x=\pm0.2$ (SI)。

7. **一弹簧振子沿x轴作简谐振动（弹簧为原长时振动物体的位置取作x轴原点），已知振动物体最大位移为x_m=0.4 m最大恢复力为F_m=0.8 N，最大速度为v_m=0.8π m/s，又知t=0的初位移为+0.2 m，且初速度与所选x轴方向相反。(1)求振动能量；(2)求此振动的表达式。**

解析：由题意可知：$A= x_m$=0.4 m；

$F_m= kx_m$=0.8 N，则k= F_m/x_m=2 N/m；

则（1）振动能量为：

$$E=kA^2/2=2*(0.4)^2/2=0.16\ J;$$

（2）由$v_m=\omega A$=0.8π m/s，得$\omega =v_m$/A=2π rad/s

由当t=0时，$x_0=0.2=A/2$，且沿着负方向运动（v<0），用旋转矢量法得：$\varphi_0=\pi/3$

则相应的振动方程：

$$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)=0.4\cos(2\pi t+\pi/3)\ m。$$